

## DIMENSION FRACTAL DE PERFILES EXTRAIDOS DE DATOS SRTM

*Ezequiel Pallejà<sup>1</sup> y Alberto Pradelli<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Instituto de Geodesia, Facultad de Ingeniería UBA, Escuela Superior Técnica, Univ. de Morón;  
<sup>2</sup> Departamento de Agrimensura, Facultad de Ingeniería UBA

### RESUMEN

Los datos que se han hecho públicos de la "Shuttle Radar Topography Mission" SRTM, que fueron recolectados en febrero de 2000, proporcionan una información topográfica del ochenta por ciento de la superficie terrestre, cuyas aplicaciones prácticas aun no han sido totalmente exploradas.

En este trabajo se analiza la dimensión fractal de perfiles SRTM seleccionados sobre el territorio argentino y sus alrededores, tomando en cuenta las limitaciones teóricas sobre el rango de aplicación, la precisión y confiabilidad y la utilización con diversos propósitos prácticos.

**Palabras claves:** fractales, dimensión, topografía, SRTM, altimetría, morfología

### ABSTRACT

Data recently published of the Shuttle Radar Topography Mission SRTM, collected in February, 2000, give a topographic information on the eighty percent of the earth surface, whose practical applications are not totally explored yet.

In this paper the fractal dimension of SRTM profiles selected on the Argentine territory and surroundings are analyzed, taking into account the theoretical limitations on the range of application, the precision and reliability, and the utilization with various practical purposes.

**Keywords:** Fractals, dimension, topography, SRTM, altimetry, morphology

### INTRODUCCION

El propósito de este trabajo es avanzar en el análisis fractal de la forma del terreno mediante la determinación de la dimensión fractal de perfiles extraídos de la información SRTM. Se exponen bases para el estudio de la multifractalidad resultante de considerar diferentes escalas y diferentes porciones de los perfiles. Se hace mención de la anisotropía fractal que presenta como propiedad la superficie topográfica, la pequeñez relativa de la dimensión de los perfiles en relación con las líneas de nivel y el significado de los cambios en las propiedades fractales zonales y escalares. Se esbozan relaciones entre las propiedades estudiadas y las causas mor-

fogenéticas que contribuyen a su formación, así como su impacto en los conceptos estadísticos de precisión y exactitud.

#### **Limitaciones de las propiedades fractales.**

Para que un conjunto sea considerado fractal, se deben cumplir ciertas condiciones, entre ellas: que muestren detalle en una amplia variedad de escalas, y que posean algún grado de autosemejanza.

No existen líneas que puedan mostrar detalle en todas las escalas posibles, sean ellas elaboradas matemáticamente, o resultantes de la observación de la naturaleza.

Por ejemplo, la curva de Koch muestra detalle a medida que nos acercamos a ella, cualquiera sea la escala; pero si nos alejamos,

se llegará a una escala por debajo de la cual toda la figura será un punto de dimensión 0. Lo mismo se puede decir del conjunto de Mandelbrot, que sorprende por la cantidad de detalles al acercarse, pero que al alejarse pasa a ser primero una figura euclídea y finalmente un punto.

Las curvas de la naturaleza tampoco muestran detalle en todas las escalas. Una línea de costa, por ejemplo, presenta un incremento de detalles a medida que la estudiamos a escalas cada vez mayores; pero llega un momento en que la ampliación es tan grande que aparecen figuras nuevas, de dimensión diferente (Ej. moléculas). Si en cambio disminuimos la escala, la línea se convierte en euclídea y finalmente en un punto.

### **Multifractalidad escalar**

En las formas de la naturaleza existe en general un amplio rango de escalas en que se manifiesta la propiedad fractal de mostrar detalles significativos. Las líneas de costa o los perfiles altimétricos del terreno son algunas de ellas.

En cuanto a la propiedad de autosemejanza, sucede algo parecido. Sólo algunas formas generadas matemáticamente pueden ser consideradas estrictamente auto semejantes. Por ejemplo, el triángulo de Sierpinski, en el que resulta imposible discernir en qué escala se lo está observando pues el aspecto es similar en cualquiera de ellas. También aquí deberíamos exceptuar las escalas muy pequeñas, pues en ellas el triángulo pasaría a ser euclídeo y finalmente puntual.

La autosemejanza en las formas naturales nunca es estricta. En general tiene un carácter estadístico (Un paisaje topográfico obtenido por fotografías aéreas es “parecido” pero no “igual” a distintas alturas de vuelo, e incluso puede no ser parecido en absoluto en algunas escalas).

### **Variación escalar de la dimensión fractal**

La dimensión fractal es un parámetro altamente significativo para el estudio de estas propiedades fractales. Su definición a través de la expresión  $N(r) = r^{-D}$  caracteriza el aumento de la cantidad de elementos de dimensión lineal  $r$  que se pueden definir para cada valor de  $r$  considerado (donde  $r$  es función de la escala de observación). En los casos de formas lineales,  $D$  varía entre 1 para curvas euclídeas y 2 para curvas tan complejas que “llenan el plano” (Ej. Curva de Peano). La curva de Koch tiene una dimensión  $D=1.23$ . El “camino aleatorio”  $D=1.5$ .

En las curvas fractales generadas matemáticamente el valor de la dimensión  $D$  es único, pues la expresión  $N(r) = r^{-D}$  se cumple para cualquier valor de  $r$  (con las salvedades mencionadas anteriormente).

En las curvas del terreno, la dimensión no es la misma cuando la estudiamos a partir de diferentes escalas de observación. Existen escalas donde la dimensión fractal es mayor o menor que otras. Esto pasa a ser expresión de la falta de autosemejanza estricta que toda figura “natural” posee.

Para comprender esta característica resulta interesante considerar una línea “dentada” (Ej. la hoja de sierra) que solo muestra detalle en un muy reducido rango de escalas, donde  $r$  sea del orden de la longitud del diente. Mayores o menores escalas tendrán dimensión unitaria (lineal).

### **Variación zonal de la dimensión fractal**

Además de esta variación dimensional según la escala de observación, las líneas naturales muestran cambios según la porción de línea considerada. Así una línea de costa puede tener distintas dimensiones de acuerdo a la zona. En cambio la dimensión de una curva fractal matemática como la Koch es la misma en cualquier porción estudiada.

## *Dimensión fractal de perfiles extraídos de datos SRTM*

En las curvas naturales, la dimensión es tan dependiente de la ubicación y tamaño de la “muestra” (porción de curva considerada) que resulta improcedente la asignación numérica de un único valor  $D$  sin agregar datos aclaratorios sobre las mismas. Existe una dimensión para la línea completa, otra para la mitad de la misma, otra para una pequeña parte, etc. Es un concepto parecido desde ese punto de vista a la densidad de un material no homogéneo, que depende del tamaño y ubicación de la muestra.

### **Anisotropía fractal del terreno**

Cuando se estudia específicamente las formas del terreno, las dimensiones fractales correspondientes a curvas obtenidas por intersección del mismo con planos horizontales (curvas de nivel) o con planos verticales (perfiles altimétricos) resultan significativamente diferentes. En general la dimensión de los perfiles es muy pequeña (con valores típicos entre 1.001 y 1.0001) mientras que las curvas de nivel, que pueden estudiarse a partir de las líneas de costa, adquieren valores muy superiores (típicamente entre 1.001 y 1.45).

La pequeñez de las dimensiones de los perfiles altimétricos, sorprendente a primera vista, responde al hecho de que las variaciones de altura con respecto a la separación (pendientes) son en general reducidas, aun en zonas cordilleranas. No obstante esta pequeñez, la información provista por las dimensiones fractales es muy significativa, sobre todo en la consideración de las variaciones escalares y zonales a las que hicimos referencia mas arriba.

Esta anisotropía fractal puede explicarse por las diferentes direcciones en que actúan las fuerzas morfogénicas, así como en la sucesión cíclica de los efectos erosivos y de la acción gravitatoria.

### **Análisis de perfiles SRTM**

El estudio fractal del terreno, se ve facilitado a partir del acceso a los datos

altimétricos proporcionados por el SRTM (Shuttle Radar Topography Mission), obtenidos por el Jet Propulsion Laboratory de la NASA a partir de un sistema de radar especialmente modificado navegando en el “Space Shuttle Endeavour” durante una misión de once días en febrero del año 2000, proporcionando una información topográfica según una grilla de separación menor a 90 metros que cubre el 80% de la superficie terrestre.

Se han tomado como ejemplo un par de perfiles altimétricos extraído del SRTM que contienen 6000 datos en dirección Oeste – este, en la zona Sur del continente sudamericano abarcando territorios chileno y argentino.

En la Figura 1 se observa la ubicación de los perfiles considerados. El perfil 1 se extiende a lo largo de la latitud  $48^{\circ} 47' 18''S$ , entre longitudes  $75^{\circ} W$  y  $70^{\circ} W$ , mientras que el perfil 2 lo hace según la latitud  $47^{\circ} 06' 42''$ , entre las mismas longitudes.

El perfil 1 se muestra en la Figura 2, donde se han representado en las abscisas los registros del 1 al 6000 y en ordenadas las alturas SRTM en metros. La distancia entre registros sucesivos es aproximadamente 61m, por lo que la extensión total del perfil alcanza los 366km.

La Figura 3 muestra la “dimensión fractal acumulada” que corresponde al tramo de perfil que va desde el primer registro hasta el registro considerado en cada caso. Así, la dimensión



**Figura 1.** Ubicación de los perfiles SRTM analizados (sobre imagen Google Earth)

perfil altimétrico

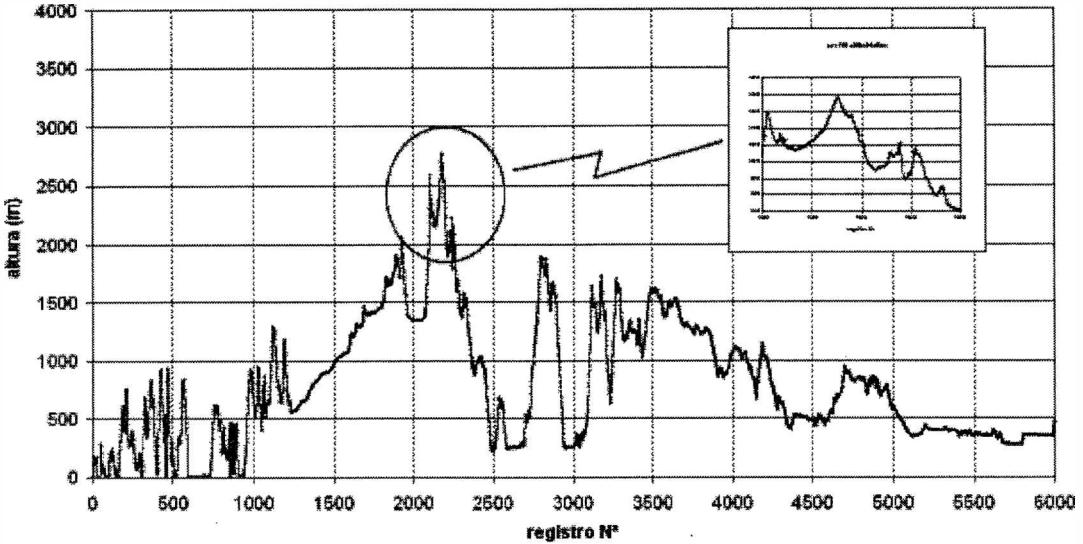


Figura 2. Perfil 1. Se muestra detalle de una zona de alta fractalidad.

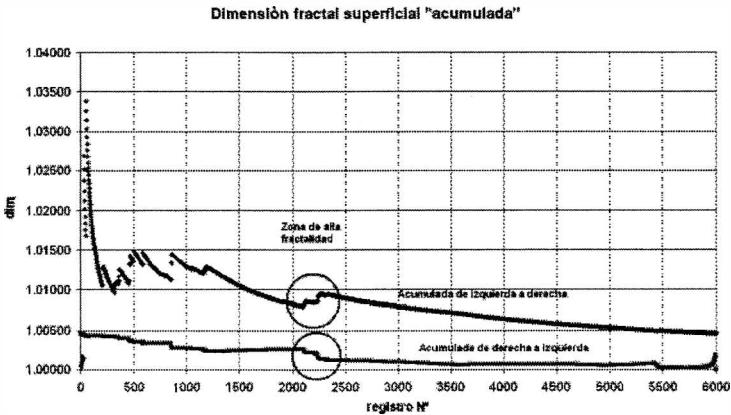


Figura 3. Dimensión fractal acumulada del Perfil 1. Las variaciones de pendiente indican cambio de fractalidad.

del perfil completo se muestra en la ordenada correspondiente al registro 6000, en este caso 1.0045. A su vez se representa en otra tonalidad la dimensión acumulada desde el registro 6000 hasta el registro 1, de manera que la ordenada en el origen pasa a coincidir con la ordenada en el final de la otra curva, es decir 1.0045.

Ambas curvas presentan a lo largo de su recorrido cambios de pendiente que corresponden a zonas del terreno donde se

producen variaciones significativas de su dimensión fractal.

Debe hacerse notar que en el inicio de ambas curvas se producen fuertes oscilaciones que no son pasibles de interpretación dado que corresponden a tramos muy pequeños, donde la variabilidad dimensional es muy pronunciada pero no es significativa. En cambio entre los registros 2115 y 2287, por ejemplo, se nota en ambas curvas una modificación importante de sus pendientes,

## *Dimensión fractal de perfiles extraídos de datos SRTM*

que corresponden a una zona de alta fractalidad.

El estudio mencionado se hizo exclusivamente sobre la fractalidad de escalas muy superficiales. A continuación se procedió al estudio multifractal teniendo en cuenta las variabilidades escalares y zonales a las que se hizo referencia más arriba.

En el diagrama de la Figura 4 se ha representado en abscisas tramos parciales de 256 registros, en ordenadas los intervalos de escala considerados y en "alturas" los valores de las dimensiones fractales correspondientes.

Localizamos en este diagrama zonas de baja fractalidad (por ejemplo desde el registro 4000 hasta el final), y zonas de alta fractalidad que a su vez presentan variaciones según las escalas consideradas.

Las zonas donde la mayor fractalidad se manifiesta en escalas grandes, se pueden interpretar como de rugosidad sólo superficial: las que presentan alta dimensión fractal sólo en escalas chicas, en cambio, corresponden a terrenos quebrados pero suaves en su superficie. Cuando la dimensión fractal es pareja en la mayor parte de escalas, estamos en presencia de una superficie topográfica fuertemente autosemejante, más cercana a las

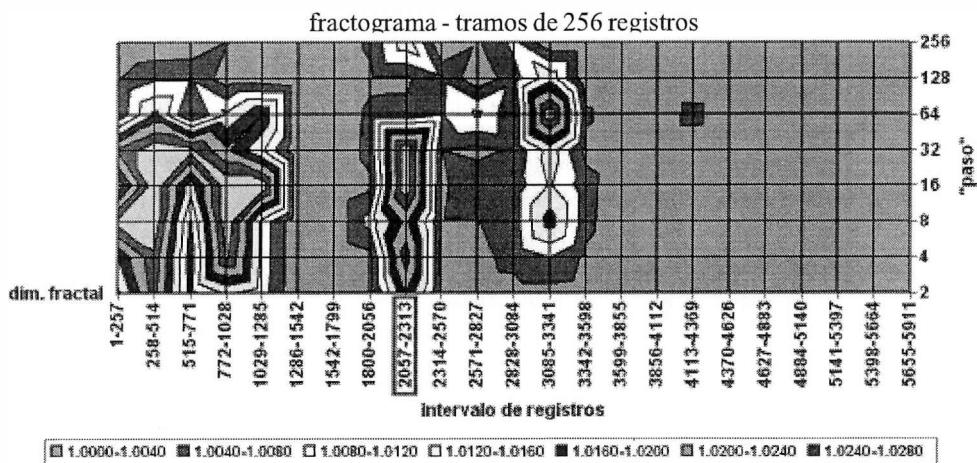
superficies generadas artificialmente con algoritmos fractales.

Las Figuras 5, 6 y 7 muestran la aplicación de los mismos medios de análisis al perfil 2, cuyo intervalo entre registros sucesivos es de casi 63m (378 km de extensión total). Se notan aquí tres zonas de destacada fractalidad, y la figura 6 explicita las características fractales de toda la zona.

## CONCLUSIONES

Con las herramientas mostradas, es posible detectar con mucha exactitud las zonas de cambios de fractalidad, es decir los límites que separan zonas de distintas dimensiones fractales. El próximo paso será correlacionar las variaciones de dimensión fractal según la escala con las características morfológicas, geológicas y respuestas geofísicas de cada estructura, y relacionar las características fractales con los métodos topográficos, geodésicos y cartográficos de representación del terreno, de manera de acotar márgenes de exactitud y precisión de cada uno de ellos.

En principio, parece evidente que la señalada anisotropía fractal entre los "cortes" del terreno con planos verticales u horizontales



**Figura 4.** Diagrama de multifractalidad del Perfil 1. Se recuadró la zona de mayor fractalidad

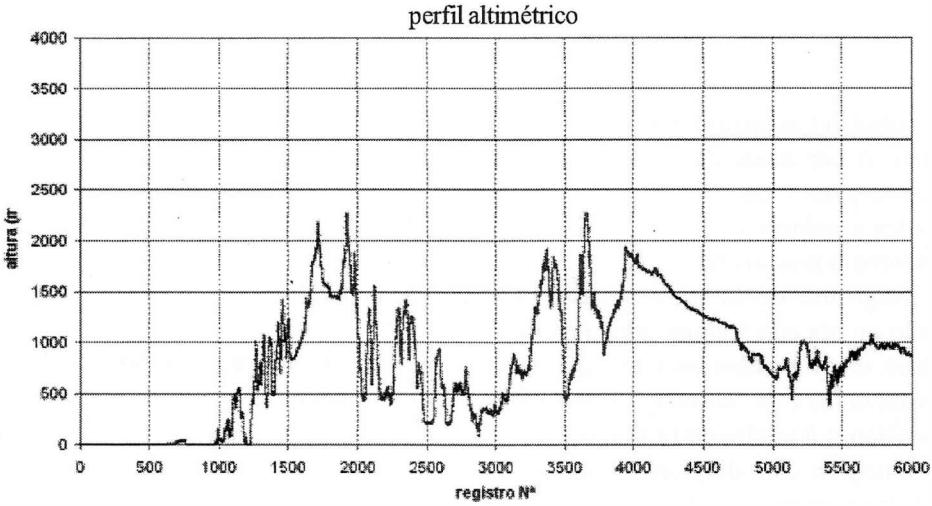


Figura 5. Perfil 2

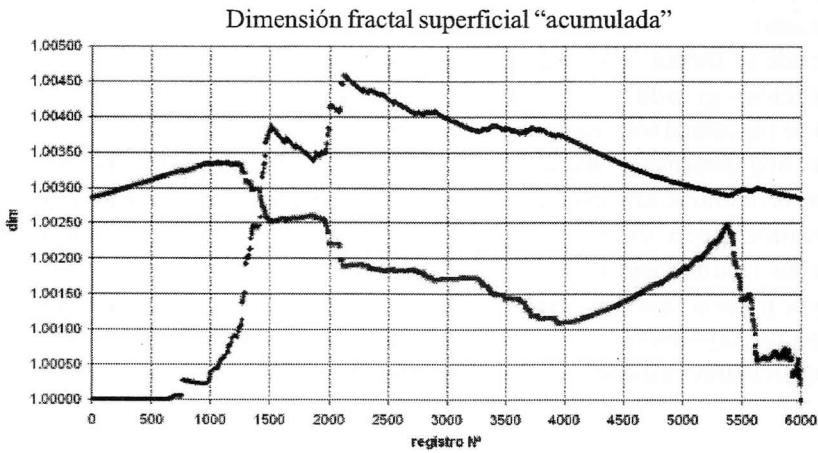


Figura 6. Dimensión fractal acumulada del Perfil 2.

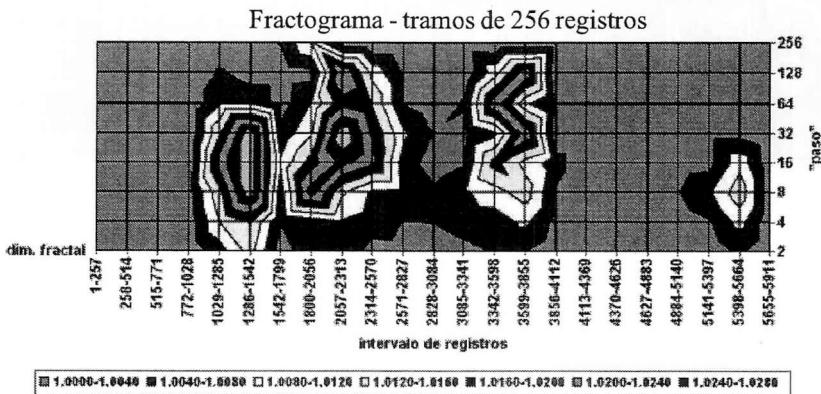


Figura 7. Diagrama de multifractalidad del Perfil 2.

es consecuencia de la acción predominante de las fuerzas generadas por el campo de gravedad terrestre, que actúa exclusivamente en el sentido vertical, y en combinación con las fuerzas erosivas, tiende a “suavizar”, en el transcurso de periodos geológicos, la corteza en su superficie.

La precisión de un modelo del terreno, por otra parte, es un concepto que debe ser enriquecido con las consideraciones esbozadas en este trabajo. Por ejemplo, la varianza de referencia de un modelo digital del terreno tiene un peso interpretativo mucho mayor si se la acompaña con la dimensión fractal, puesto que su significado en un terreno de baja o alta fractalidad es muy diferente.

#### **REFERENCIAS**

- CHRISTOPHER C. BARTON et al, 1995. *Fractals in Petroleum Geology and Earth Process*, Springer.
- MANDELBROT Benoit. 1982. *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman & Co., New York
- PALLEJÀ Ezequiel et al. 2005. *Dimensión Fractal de Líneas Representativas del Terreno*, Contribuciones a la Geodesia Aplicada Nº 1/2005, Instituto de Geodesia FIUBA.
- PALLEJÀ Ezequiel. 2003. *Utilización de la Geometría Fractal en Diversos Aspectos Vinculados con la Geodesia y Ciencias Afines*, Contribuciones a la Geodesia Aplicada Nº 1/2003, Instituto de Geodesia FIUBA.
- TURCOTTE Donald L., 1997. *Fractal and Chaos in Geology and Geophysics*, Cambridge University Press.